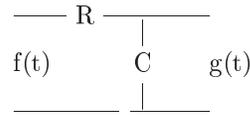


Exercice numéro 1: Convolution et Déconvolution

Problème 1 : Modélisation

Considérons le système suivant:



1. Écrivez l'expression de la fonction de transfert $H(\omega) = \frac{G(\omega)}{F(\omega)}$
2. Écrivez l'expression de la réponse impulsionnelle $h(t)$
3. Écrivez la relation liant la sortie $g(t)$ à l'entrée $f(t)$ et la réponse impulsionnelle $h(t)$
4. Écrivez la relation liant $G(\omega)$ à l'entrée $F(\omega)$ et $H(\omega)$
5. Calculez la sortie lorsque l'entrée est une impulsion $f(t) = \delta(t)$
6. Calculez la sortie lorsque l'entrée est un échelon $f(t) = u(t)$
7. Calculez la sortie lorsque l'entrée est une sinusoïde $f(t) = a \sin(\omega_0 t)$
8. Calculez la sortie lorsque l'entrée est $f(t) = \sum_k a_k \sin(\omega_k t)$
9. Calculez la sortie lorsque l'entrée est $f(t) = \sum_j f_j \delta(t - t_j)$
10. Supposons $h(t) = \sum_{k=-q}^p h_k \delta(t - t_k)$, alors calculez la sortie lorsque l'entrée est $f(t) = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \delta(t - t_j)$
11. Montrez que le lien entre les coefficients $\mathbf{f} = [f_0, \dots, f_{n-1}]'$, $\mathbf{h} = [h_{-q}, \dots, h_0, \dots, h_p]'$ et $\mathbf{g} = [g_0, \dots, g_{m-1}]'$ peut s'écrire soit sous la forme $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$ ou sous la forme $\mathbf{g} = \mathbf{F}\mathbf{h}$. Écrivez alors les expressions des matrices \mathbf{H} et \mathbf{F} .
12. Que remarque-t-on sur la structure de ces deux matrices ?
13. Que deviennent ces matrices pour $q = 0$?
14. Que peut-on faire pour que ces matrices deviennent circulantes ?
15. Écrivez une routine Matlab qui calcule \mathbf{g} en fonction de \mathbf{f} et \mathbf{h} . On peut appeler cette routine `g=direct(h,f)`. Créer ensuite les deux vecteurs \mathbf{h} et \mathbf{f} et tester votre routine. Vous pouvez écrire deux routines qui créent différentes réponse impulsionnelle $h(t)$ et différentes entrées $f(t)$, ce qui vous permet de tester votre routines pour différent cas.

Problème 2 : Identification et Inversion

1. Étant donnée l'entrée $f(t)$ et la sortie $g(t)$, peut-on estimer $h(t)$? Énumérez les différentes méthodes.
2. Écrivez une routine Matlab qui calcule \mathbf{h} en fonction de \mathbf{f} et \mathbf{g} . On peut appeler cette routine `h=identification(g,f,method)`. Créer ensuite les deux vecteurs \mathbf{g} et \mathbf{f} et tester votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données \mathbf{g} .
3. Étant donnée l'entrée $f(t)$ et la réponse impulsionnelle $h(t)$, peut-on estimer l'entrée $f(t)$? Énumérez les différentes méthodes.
4. Écrivez une routine Matlab qui calcule \mathbf{f} en fonction de \mathbf{g} et \mathbf{h} . On peut appeler cette routine `f=inversion(g,h,method)`. Créer ensuite les deux vecteurs \mathbf{h} et \mathbf{g} et tester votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données \mathbf{g} .
5. Rapportez vos expériences avec vos commentaires.