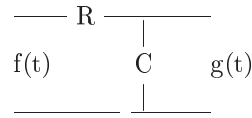


## Exercice numéro 1: Convolution et Déconvolution

## Problème 1 : Modélisation

Considérons le système suivant:



1. Écrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(\omega) = \frac{G(\omega)}{F(\omega)}$
2. Écrivez l'expression de la réponse impulsionnelle  $h(t)$
3. Écrivez la relation liant la sortie  $g(t)$  à l'entrée  $f(t)$  et la réponse impulsionnelle  $h(t)$
4. Écrivez la relation liant  $G(\omega)$  à l'entrée  $F(\omega)$  et  $H(\omega)$
5. Calculez la sortie lorsque l'entrée est une impulsion  $f(t) = \delta(t)$
6. Calculez la sortie lorsque l'entrée est un échelon  $f(t) = u(t)$
7. Calculez la sortie lorsque l'entrée est une sinusoïde  $f(t) = a \sin(\omega_0 t)$
8. Calculez la sortie lorsque l'entrée est  $f(t) = \sum_k a_k \sin(\omega_k t)$
9. Calculez la sortie lorsque l'entrée est  $f(t) = \sum_j f_j \delta(t - t_j)$
10. Supposons  $h(t) = \sum_{k=-q}^p h_k \delta(t - t_k)$ , alors calculez la sortie lorsque l'entrée est  $f(t) = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \delta(t - t_j)$
11. Montrez que le lien entre les coefficients  $\mathbf{f} = [f_0, \dots, f_{n-1}]'$ ,  $\mathbf{h} = [h_{-q}, \dots, h_0, \dots, h_p]'$  et  $\mathbf{g} = [g_0, \dots, g_{m-1}]'$  peut s'écrire soit sous la forme  $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$  ou sous la forme  $\mathbf{g} = \mathbf{F}\mathbf{h}$ . Écrivez alors les expressions des matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{F}$ .
12. Que remarque-t-on sur la structure de ces deux matrices ?
13. Que deviennent ces matrices pour  $q = 0$  ?
14. Que peut-on faire pour que ces matrices deviennent circulantes ?
15. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $\mathbf{g}$  en fonction de  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{h}$ . On peut appeler cette routine  $\mathbf{g} = \text{direct}(\mathbf{h}, \mathbf{f})$ . Créer ensuite les deux vecteurs  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{f}$  et tester votre routine. Vous pouvez écrire deux routines qui créent différentes réponse impulsionnelle  $h(t)$  et différentes entrées  $f(t)$ , ce qui vous permet de tester votre routines pour différent cas.

## Problème 2 : Identification et Inversion

1. Étant donnée l'entrée  $f(t)$  et la sortie  $g(t)$ , peut-on estimer  $h(t)$  ? Énumérez les différentes méthodes.
2. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $\mathbf{h}$  en fonction de  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{g}$ . On peut appeler cette routine  $\mathbf{h} = \text{identification}(\mathbf{g}, \mathbf{f}, \text{method})$ . Créer ensuite les deux vecteurs  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{f}$  et tester votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données  $\mathbf{g}$ .
3. Étant donnée l'entrée  $f(t)$  et la réponse impulsionnelle  $h(t)$ , peut-on estimer l'entrée  $f(t)$  ? Énumérez les différentes méthodes.
4. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $\mathbf{f}$  en fonction de  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{h}$ . On peut appeler cette routine  $\mathbf{f} = \text{inversion}(\mathbf{g}, \mathbf{h}, \text{method})$ . Créer ensuite les deux vecteurs  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{g}$  et tester votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données  $\mathbf{g}$ .
5. Rapportez vos expériences avec vos commentaires.