

## Exercice numéro 2: Convolution 2D et Restauration d'image

## Problème 1 : Modélisation

Considérons un système d'imagerie telle qu'un appareil photo mal focalisé. Supposons que lors d'une expérience, nous avons pu mesurer sa tache focale (réponse impulsionnelle)  $h(x, y)$  qui s'étend sur quelques dizaines de pixels. Supposons aussi que le lien entre l'image parfaite  $f(x, y)$  et l'image observée  $g(x, y)$  puisse se modéliser par une convolution  $g = h * f$ .

1. Écrivez l'expression intégrale liant la sortie  $g(x, y)$  à l'entrée  $f(x, y)$  et la réponse impulsionnelle  $h(x, y)$
2. Écrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(\omega_x, \omega_y) = \frac{G(\omega_x, \omega_y)}{F(\omega_x, \omega_y)}$
3. Montrez que le lien entre les pixels de l'image parfaite organisés comme un vecteur  $\mathbf{f}$  en concaténant ses colonnes, les pixels de l'image observée organisés comme un vecteur  $\mathbf{g}$  en concaténant ses colonnes et le vecteur  $\mathbf{h}$  obtenu en concaténant les colonnes de tache focale, peut s'écrire soit sous la forme  $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$  ou sous la forme  $\mathbf{g} = \mathbf{F}\mathbf{h}$ . Écrivez alors les expressions des matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{F}$ .
4. Que remarque-t-on sur la structure de ces deux matrices ?
5. Que deviennent ces matrices lorsque la tâche focale est symétrique ?
6. Que peut-on faire pour que ces matrices deviennent circulantes-bloc-circulantes ?
7. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $\mathbf{g}$  en fonction de  $\mathbf{f}$  et de  $\mathbf{h}$ , ou plutôt une routine qui fournit l'image  $g$  en fonction des deux images  $h$  et  $f$ . On peut appeler cette routine `g=direct(h,f)`. Créez ensuite deux images  $h$  et  $f$  et testez votre routine. Vous pouvez écrire deux routines qui créent différentes réponses impulsionnelles  $h(x, y)$  comme un carré ou un disque ou encore une gaussienne et différentes images  $f(x, y)$  comme juste un point brillant ou un carré ou un disque ou un échiquier, ou encore une photo, ce qui vous permet de tester votre routine pour différents cas.

## Problème 2 : Identification et inversion

1. Étant donnée l'entrée  $f(x, y)$  et la sortie  $g(x, y)$ , peut-on estimer  $h(x, y)$  ? Énumérez les différentes méthodes.
2. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $h$  en fonction de  $f$  et  $g$ . On peut appeler cette routine `h=identification(g,f,method)`. Créez ensuite les deux images  $g$  et  $f$  et testez votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données  $g$ .
3. Étant donnée l'entrée  $f$  et la réponse impulsionnelle  $h$ , peut-on estimer l'entrée  $g$  ? Énumérez les différentes méthodes.
4. Écrivez une routine Matlab qui calcule  $f$  en fonction de  $g$  et  $h$ . On peut appeler cette routine `f=inversion(g,h,method)`. Créez ensuite les deux images  $h$  et  $g$  et testez votre routine. Pensez aussi à rajouter un peu de bruit sur vos données  $g$ .
5. Rappelez vos expériences avec vos commentaires.