

MODÉLISATION HIÉRARCHIQUE POUR LA RÉDUCTION DES IMAGES MULTI ET HYPER-SPECTRALES

Nadia BALI et **Ali MOHAMMAD-DJAFARI**

Laboratoire des Signaux et Systèmes,
Unité mixte de recherche 8506 (CNRS-Supélec-UPS)
Supélec, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette, France,
bali@lss.supelec.fr djafari@lss.supelec.fr

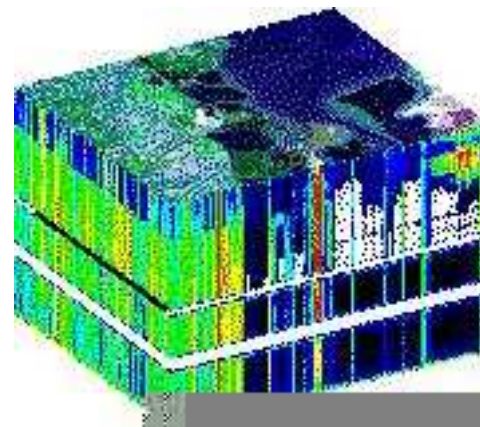
23 novembre 2005 – Journées ACI Masse de données

Plan de la présentation

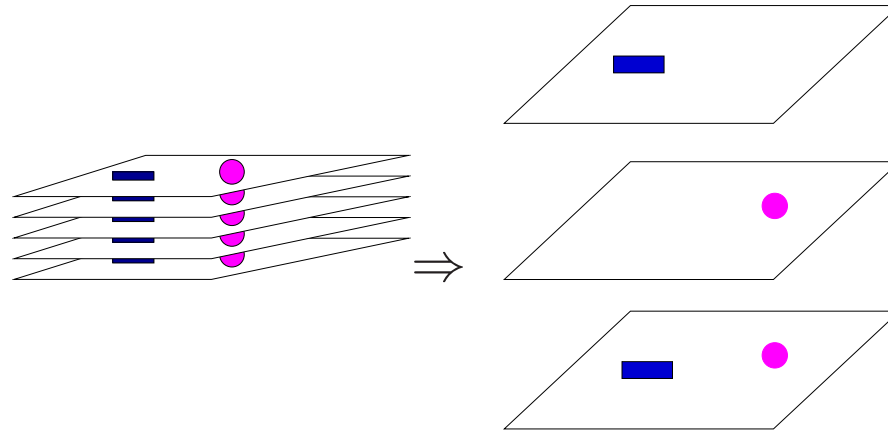
- Images multi ou hyper-spectrales
- Modélisation des observations
- Problème de séparation de sources
- Algorithmes proposés
- Simulations
- Conclusions et perspectives

Images multi ou hyper-spectrales : définitions

- Des images prises sur plusieurs bandes :
 - multispectrales (< 10 bandes),
 - hyperspectrales (des dizaines jusqu'à des centaines de bandes) .
- Les données d'une image hyperspectrale peuvent être considérées de plusieurs façons :
 - une collection d'observations scalaires sur un espace 3D $X(\omega, \mathbf{r})$, où $\omega \in \Omega$ représente la longueur d'onde et $\mathbf{r} \in \mathcal{R}^2$ la position d'un pixel;
 - une collection d'images $X_\omega(\mathbf{r})$;
 - une collection de spectres $X_{\mathbf{r}}(\omega)$.



Modélisation des observations



- méthodes permettant de passer de mesures faites dans l'espace initial de dimension égale au nombre de bandes à un espace de dimension réduite.

$$x_i(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n A_{i,j} s_j(\mathbf{r}) + \epsilon_i(\mathbf{r}) \longrightarrow \mathbf{x}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{s}(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r})$$

$i = 1, \dots, m$ avec m nombre de bandes

Méthodes de Séparation de sources :

$$\mathbf{x}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{s}(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r})$$

$\mathbf{x}(\mathbf{r}) = \{x_i(\mathbf{r}), i = 1, \dots, m\}$ images observées

\mathbf{A} matrice de mélange inconnue de dimensions (m, n)

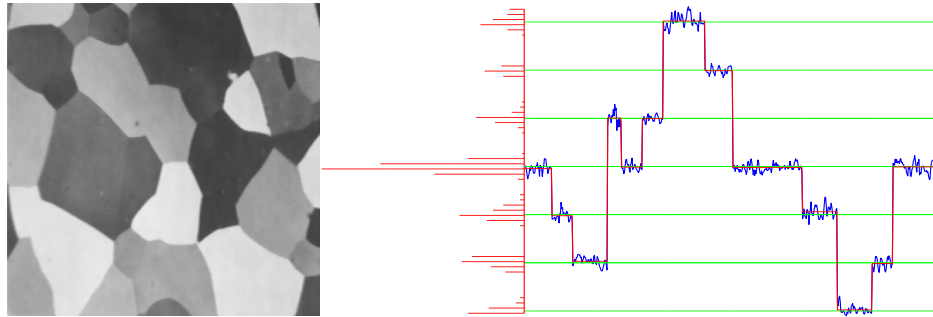
$\mathbf{s}(\mathbf{r}) = \{s_j(\mathbf{r}), j = 1, \dots, n\}$ un ensemble de n images source inconnues,

$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) = \{\epsilon_i(\mathbf{r}), i = 1, \dots, m\}$) les erreurs (modèle et mesures).

- Analyse en Composante Principale (ACP) sources gaussiennes
- Analyse en Composante Indépendante (ACI) sources non gaussiennes
- Maximum de vraisemblance
- Méthode algébriques (JADE, SHIBBS)
- Approche bayésienne sources modélisées par un champ de Markov composite

Modélisation des sources :

Les sources $s_j(\mathbf{r})$ sont des images composées de zone homogènes, regroupé en un nombre fini K de classes représentées par une variable discrète $z(\mathbf{r})$.



Mélange de gaussiennes

$$p(s_j|z = k) = \mathcal{N}(m_{jk}, \sigma_{jk}^2) \longrightarrow p(s_j(\mathbf{r})) = \sum_{k=1}^K p(z(\mathbf{r}) = k) \mathcal{N}(m_{jk}, \sigma_{jk}^2)$$

Modèle de Potts sur les région :

$$p(z(\mathbf{r})|z(\mathbf{r}'), \mathbf{r}' \in \mathcal{V}(\mathbf{r})) \propto \exp \left[\alpha \sum_{\mathbf{r}'} (\delta(z(\mathbf{r}) - z(\mathbf{r}')) \right]$$

pproche bayésienne :

Algorithmes de Restoration Maximisation

- Loi *a posteriori*:

$$p(\underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}} | \underline{\mathbf{x}}) \propto p(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1) p(\underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z} | \underline{\boldsymbol{\theta}}_2) p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$$

$$p(\underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}} | \underline{\mathbf{x}}) \propto p(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1) p(\underline{\mathbf{s}} | \mathbf{z}; \underline{\boldsymbol{\theta}}_2) p(\mathbf{z}) p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$$

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \{\mathbf{A}, \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon\}, \boldsymbol{\theta}_2 = \{m_{\omega z}, \sigma_{\omega z}^2\}, \boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2\}$$

$p(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\mathbf{s}}, \mathbf{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1)$: Gaussienne,

$p(\underline{\mathbf{s}} | \mathbf{z}; \underline{\boldsymbol{\theta}}_2)$: Gaussienne,

$p(\mathbf{z})$: Potts,

$p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$: *a priori* conjugué

- Estimateur : moyenne *a posteriori*
- Algorithmes : Echantillonneur de Gibbs ou MFA + EM

Algorithmes proposées

- **Algorithme 1: Gibbs**

$$\underline{s} \sim p(\underline{s}|\underline{z}, \underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{z} \sim p(\underline{z}|\underline{s}, \underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{\theta} \sim p(\underline{\theta}|\underline{s}, \underline{z}, \underline{x})$$

- **Algorithme 2: Gibbs + MFA**

$$(\underline{s}, \underline{z}) \sim p(\underline{s}, \underline{z}|\underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{\theta} \sim p(\underline{\theta}|\underline{s}, \underline{z}, \underline{x})$$

$$\underline{s} \sim p(\underline{s}|\underline{z}, \underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{z} \sim p(\underline{z}|\underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{\theta} \sim p(\underline{\theta}|\underline{s}, \underline{z}, \underline{x})$$

$$\text{avec } p(\underline{z}|\underline{\theta}, \underline{x}) = \int p(\underline{z}|\underline{s}, \underline{\theta}, \underline{x}) p(\underline{s}|\underline{\theta}, \underline{x}) d\underline{s}$$

- **Algorithme 3: Gibbs + MFA + EM**

$$\underline{s} \sim p(\underline{s}|\underline{z}, \underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{z} \sim p(\underline{z}|\underline{\theta}, \underline{x}) \longrightarrow \underline{\theta} \sim p(\underline{\theta}|\underline{x})$$

avec

$$p(\underline{\theta}|\underline{x}) = \sum_z p(\underline{x}|\underline{z}, \underline{\theta}) p(\underline{z}|\underline{\theta}) p(\underline{\theta})$$

Algorithmes (détailles)

- Expression de $p(\underline{s}|\underline{z}, \underline{x}, \underline{\theta})$:

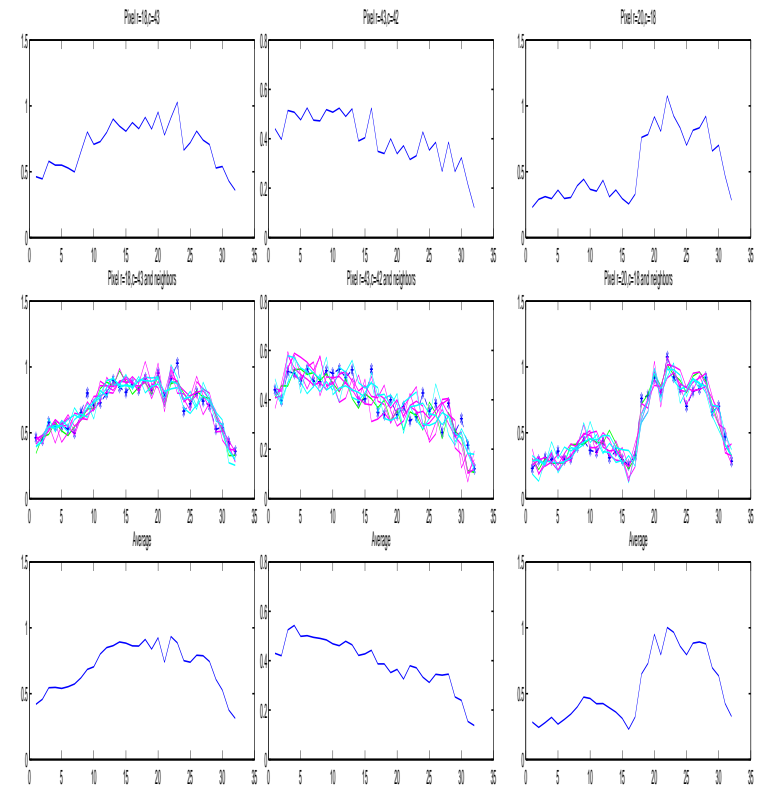
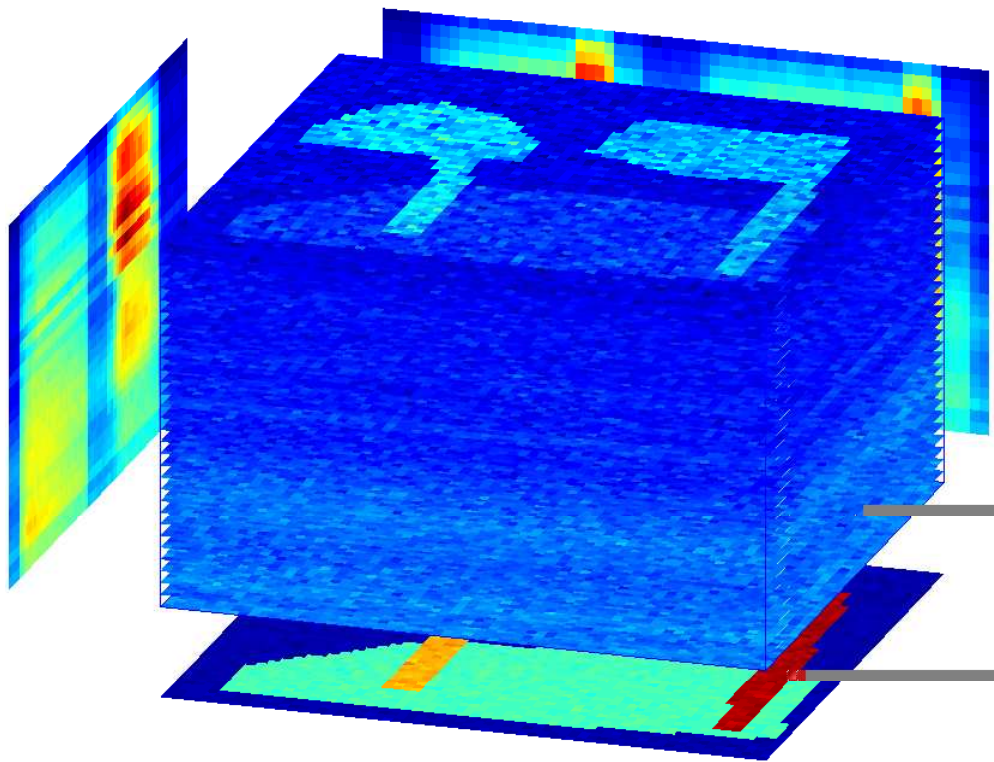
$$p(\underline{s}|\underline{z}, \underline{x}, \underline{\theta}) = \prod_{\mathbf{r}} p(\mathbf{s}(\mathbf{r})|\mathbf{z}(\mathbf{r}), \mathbf{x}(\mathbf{r}), \underline{\theta})$$

avec $p_{\mathbf{r}}(\mathbf{s}(\mathbf{r})|\mathbf{z}(\mathbf{r}), \underline{\theta}, \mathbf{x}(\mathbf{r})) \propto \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r}))$ et

$$\begin{cases} \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \left[\mathbf{A}^t \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{-1} \mathbf{A} + \boldsymbol{\Sigma}_{z(\mathbf{r})}^{-1} \right]^{-1} \\ \boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \left[\mathbf{A}^t \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{-1} \mathbf{x}(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\Sigma}_{z(\mathbf{r})}^{-1} \mathbf{m}_{z(\mathbf{r})} \right] \end{cases} \quad (1)$$

- Expression de $p(\underline{z}|\underline{x}, \underline{\theta})$ non séparable \longrightarrow MFA
- Expression de $p(\underline{\theta})$ non séparable \longrightarrow EM

Résultats de simulations



Un ensemble de 32 images hyperspectrales artificiellement simulées en présence de 3 sources

Résultats (2)



\hat{S}_1

\hat{S}_2

\hat{S}_3



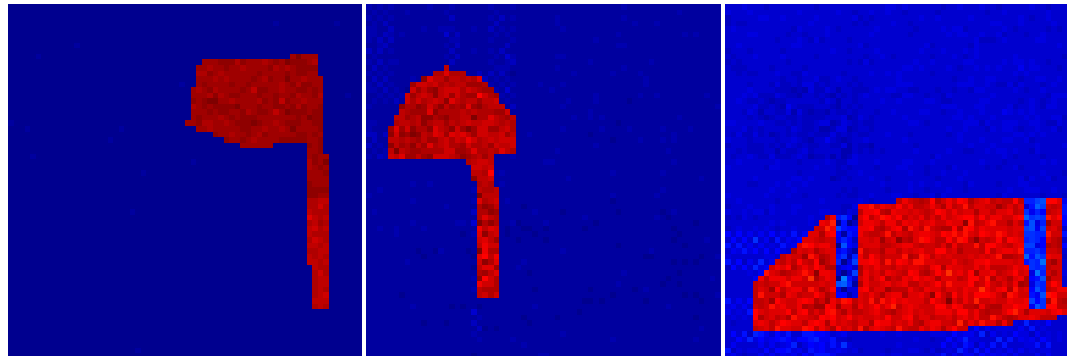
\hat{Z}_1

\hat{Z}_2

\hat{Z}_3

Résultats de séparation par la méthode d'échantillonnage de Gibbs

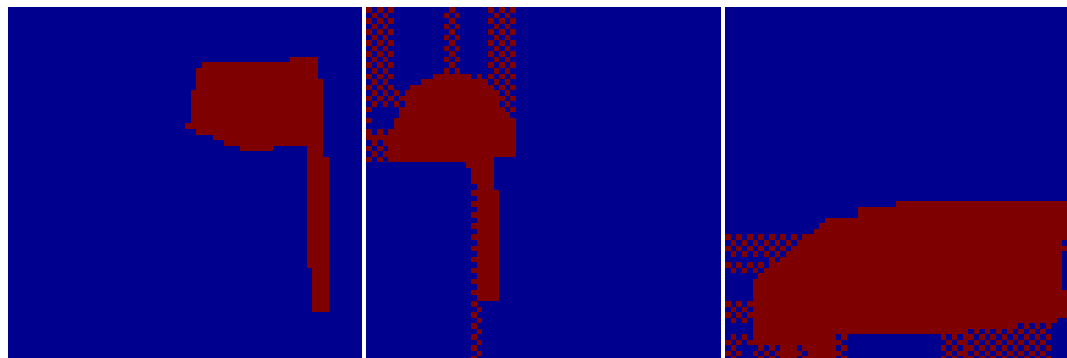
Résultats (3)



\hat{S}_1

\hat{S}_2

\hat{S}_3



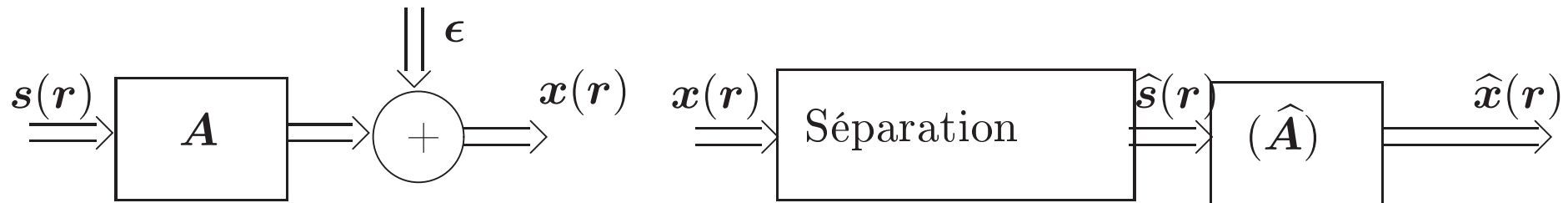
\hat{Z}_1

\hat{Z}_2

\hat{Z}_3

Résultats de séparation par la méthode d'approximation en champ moyen

Critère d'évaluation



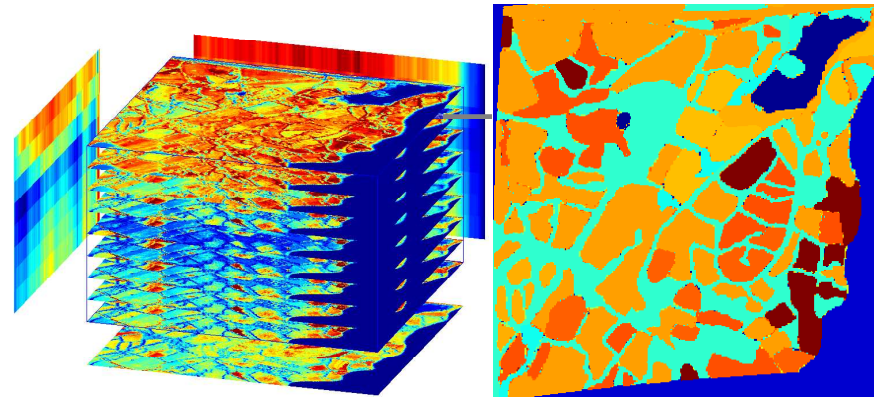
- En simulation : $\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{r})$ avec $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ ou $\hat{\mathbf{A}}$ avec \mathbf{A}
- En réalité : $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{r})$ avec $\mathbf{x}(\mathbf{r})$,
- Pour comparer deux types de distances peuvent être utilisées :
 $\Delta_1 = |\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}|$, $\Delta_2 = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2$
- Dans la plupart des méthodes de séparation ACI, on estime \mathbf{B} et non \mathbf{A} avec $\mathbf{A} = \mathbf{B}^t(\mathbf{B}\mathbf{B}^t)^{-1}$ ou $\mathbf{A} = (\mathbf{B}^t\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}$
- Dans notre cas on estime directement \mathbf{A}

Résultats de séparation :

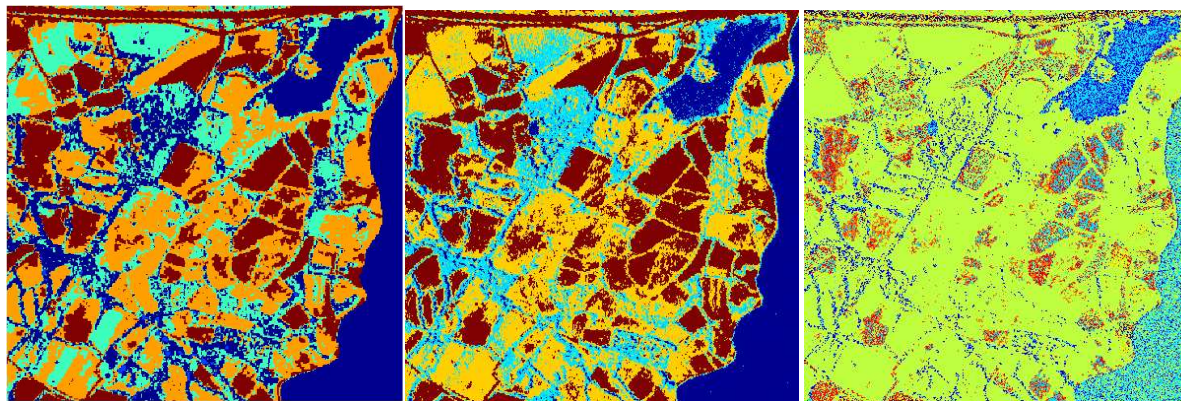
Les résultats sont obtenus à partir d'images multispectrales formées par 9 bandes spectrales, les images sont de taille 400×400 pixels $\Delta_1 = |X - \hat{X}|$, $\Delta_2 = ||X - \hat{X}||^2$ avec $\hat{X} = \hat{A}\hat{S}$

Méthode de séparation	Δ_1	Δ_2
PCA	7, 2.10^{-3}	1, 1.10^{-1}
ICA (MV)	9, 9.10^{-3}	3, 1.10^{-1}
ICA (adapt)	9, 1.10^{-4}	4, 0.10^{-3}
MF	7, 3.10^{-4}	11, 7.10^{-3}
Gibbs	7, 3.10^{-4}	11, 7.10^{-3}

Résultats de segmentation (Méthodes jointes)



Images multispectrles Vérité terrain



MF

GS

IGM

Conclusions et Perspectives

- préliminaire de comparaison :
 - Gibbs et Approximation en champ moyen
- Meilleure modélisation :
 - Prendre en compte la dépendance locale entre les pixels dans une région
 - Prendre en compte la dépendance entre les étiquettes des différentes sources.
 - Modélisation de la moyenne à l'intérieur d'une région.
- Estimation de N , le nombre de sources .