

V/Réf. :

GIF, le 17 octobre 2002

N/Réf. :

Objet :

Sujet de stage et de thèse Utilisation des ondelettes pour les problèmes inverses en imagerie

Souvent un problème inverse en imagerie s'écrit : estimer une fonction multivariable $f(\mathbf{x})$ à partir d'une observation indirecte $g(\mathbf{s})$ liée à $f(\mathbf{x})$ par un opérateur linéaire $g = Hf$ ou non-linéaire $g = H(f)$. Pour être capable d'effectuer des calculs numériques, nous devons représenter ces fonctions par un nombre limité de paramètres \mathbf{f} et \mathbf{g} . Ceci se fait en projetant ces fonctions sur des bases (indicatrices des pixels, splines, Fourier et Ondelettes). Lorsqu'on choisit comme base les fonctions indicatrices des pixels, on obtient $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \boldsymbol{\epsilon}$ où \mathbf{f} est un vecteur représentant les pixels de l'image, \mathbf{g} les données, $\boldsymbol{\epsilon}$ les erreurs et \mathbf{H} une matrice représentant l'opérateur H .

Le point commun des différentes méthodes développées jusqu'alors dans le *Groupe problèmes inverses (GPI)* se trouve dans la modélisation de \mathbf{f} comme un champ de Markov lui attribuant une loi *a priori* $p(\mathbf{f})$ et la définition de la solution à partir de la loi *a posteriori* $p(\mathbf{f}|\mathbf{g}) \propto p(\mathbf{g}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})$ où $p(\mathbf{g}|\mathbf{f})$ est la vraisemblance obtenu en attribuant une loi *a priori* aux erreurs $\boldsymbol{\epsilon}$. Cette approche bayésienne a été utilisée avec succès dans divers problèmes : déconvolution, restauration et reconstruction d'image ainsi qu'en séparation de sources.

Récemment, nous avons introduit les techniques multirésolution en modélisant la fonction $f(\mathbf{x})$ comme une somme de fonctions à résolutions différentes, ce qui peut s'interpréter comme une décomposition en ondelettes de l'image pixelisée \mathbf{f} . Ceci peut être considéré comme une projection de f à l'aide d'un opérateur W sur une base d'ondelettes. Alors, une question fondamentale devient le choix de l'opérateur W . Différentes approches ont été proposées :

- L'opérateur W peut être choisi de telle sorte que l'opérateur HW ait un support plus compact et éventuellement mieux conditionné que H ;
- L'opérateur W peut être choisi de telle sorte que les coefficients Wf aient des propriétés statistiques plus faciles à modéliser et à utiliser dans l'approche estimation bayésienne.

Nous avons opté plutôt pour la deuxième approche et déjà proposé des méthodes de séparation de sources modélisant l'histogramme des coefficients d'ondelettes par des lois à longue queue. Mais, à ce jour ce modèle ne prend en compte ni une corrélation possible entre les coefficients dans un même niveau de résolution ni entre les coefficients des deux niveaux de résolutions voisins. Une modélisation markovienne hiérarchique pourrait alors remédier à cette lacune.

L'objet du stage, puis de la thèse, est de contribuer à ce travail qui consiste à étudier, dans une première étape, les différentes modélisations possibles (lois exponentielle généralisée, Gaussienne généralisée, mélange de gaussiennes avec des labels indépendants et mélange de gaussiennes avec des labels markoviens) et à comparer leurs performances dans des problèmes de débruitage et de séparation de sources mélange instantané. Cette partie du travail sera co-encadré par Ali Mohammad-Djafari et par Mehieddin Ichir.

La deuxième étape, plus importante, est l'utilisation de ces modélisations pour différents problèmes inverses de restauration et de reconstruction d'images. Ces travaux seront menés dans un cadre collaboratif, d'une part à l'intérieur du laboratoire avec le département de recherche en électromagnétisme (DRÉ) pour des applications en imagerie microondes et d'autre part à l'extérieur avec l'université de Notre Dame et l'université de Boston aux États Unis pour des aspects méthodologiques.

Lieu : Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS-SUPÉLEC-UPS)
Supélec, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

Contact : Ali Mohammad-Djafari
Tél. 01 69 85 17 41 Courriels: djafari@lss.supelec.fr